AtCoder Beginner Contest 453 题目讲解

云浅

2026-4-13

Outline

A. Trimo

A. Trimo

略

B. Sensor Data Logging

B. Sensor Data Logging

略

C. Sneaking Glances

C. Sneaking Glances

略

D. No-Subsequence Substring

D. No-Subsequence Substring

有一个 H 行 W 列的网格，高桥可以上下左右移动。从上往下第 i 行、从左往右第 j 列的单元格状态由字符 $S_{i,j}$ 表示。$S_{i,j}$ 是 `#`、`.`、`o`、`x`、`S`、`G` 之一。

- 如果 $S_{i,j} = \#$：该单元格不能进入。
- 如果 $S_{i,j} = .$：该单元格可以自由进出。即进入后，高桥可以向上、下、左、右任意相邻单元格（如果存在）移动。
- 如果 $S_{i,j} = o$：在该单元格中，高桥必须沿与上一步相同的方向移动。即进入后，他必须不改变方向地移动到下一个单元格。
- 如果 $S_{i,j} = x$：在该单元格中，高桥不能沿与上一步相同的方向移动。即进入后，他必须改变方向才能移动到下一个单元格。旋转 180 度返回上一个单元格视为改变方向。
- 如果 $S_{i,j} = S$：该单元格是高桥的起点。此单元格可以自由进出。
- 如果 $S_{i,j} = G$：该单元格是高桥的目的地。此单元格可以自由进出。

恰好存在一个满足 $S_{i,j} = S$ 的单元格，也恰好存在一个满足 $S_{i,j} = G$ 的单元格。

D. No-Subsequence Substring

高桥希望从起点出发，通过反复向上、下、左、右移动到相邻单元格，最终到达目的地。 判断是否可能，如果可能，输出一个有效的移动序列，且相邻单元格之间的移动次数不超过 5×10^6。 可以证明，如果问题条件下存在有效移动序列，则存在一个移动次数不超过 5×10^6 的序列。 只要移动次数不超过 5×10^6，不需要最小化移动次数。

数据范围：

- $1 \le H, W \le 1000$
- $S_{i,j}$ 是 `#`、`.`、`o`、`x`、`S`、`G` 之一
- 恰好有一个满足 $S_{i,j} = S$ 的单元格，也恰好有一个满足 $S_{i,j} = G$ 的单元格
- H 和 W 是整数

D. No-Subsequence Substring

相当于进入每个点的时候还有 4 种状态：上一次的方向来自上、下、左、右

这样可以建出来一个 $4 \times H \times W$ 个点的图，我们 BFS 一遍，求出一个 `S` 到 `G` 的最短路即可，这条路径的长度当然不会超过 $4 \times H \times W \le 5 \times 10^6$。

E. Team Division

E. Team Division

将 N 名选手（选手 1、选手 2、……、选手 N）分成两个**可区分的**队伍 A 和 B，满足以下所有条件：

- 每个队伍至少有一名选手。
- 每名选手要么属于队伍 A，要么属于队伍 B，不能同时属于两者。
- 选手 i 所属队伍的人数至少为 L_i，至多为 R_i。

求满足条件的分组方式数，结果对 998244353 取模。

如果两种分组方式中存在至少一名选手所属的队伍不同，则认为这两种方式不同。

数据范围：

- $2 \leq N \leq 2 \times 10^5$
- $1 \leq L_i \leq R_i \leq N - 1$
- 所有输入值都是整数

E. Team Division

考虑枚举 A 队放了多少人，假设放了 M 个人，那么这 M 个人的限制都必须满足 $L_i \le M \le R_i$，另一个队会有 $N-M$ 个人，它们的限制必须满足 $L_i \le N-M \le R_i$。

那么此时所有人可以分成四类:

- 既不能放到 A 队也不能放到 B 队（即，$M, N-M$ 都不在这个人的区间范围内）
- 只能放到 A 队
- 只能放到 B 队
- 可以放到 A 也可以放到 B

第一类人只要存在，那么方案数就是 0；否则的话设剩下三种人的数量分别是 X, Y, Z，我们需要有 $X+Z \ge M, Y+Z \ge N-M$，方案数是 $\binom{Z}{M-X}$。

考虑怎么算 X, Y, Z，可以单独考虑每个人的贡献，是一个区间加的形式。那么差分一下就好了，可以做到 $O(N)$。

F. Avoid Division

F. Avoid Division

给定一棵有 N 个顶点的树。顶点编号为顶点 1、顶点 2、……、顶点 N，第 i 条边（$1 \le i \le N-1$）连接顶点 U_i 和 V_i。

高桥将用颜色 $1, 2, ..., K$ 中的颜色给每个顶点着色。颜色 i 最多可以用于着色 C_i 个顶点。

判断是否存在满足以下条件的着色方案，如果存在，输出一种合法方案：

- 对于每条边，存在某个 i（$1 \le i \le K$），使得沿着这条边切断树所得到的两个子树中，**每个子树都至少包含一个颜色为 i 的顶点**。

给定 T 个测试用例，请对每个测试用例求解。

数据范围：

- $1 \le T \le 10^5$
- $2 \le N \le 3 \times 10^5, 1 \le C_i \le N, C_1 + C_2 + ... + C_K \ge N$

F. Avoid Division

可以发现一个必要条件：设 S 为所有至少能用两次的颜色的使用次数之和（即 $S = \sum_{1\le i\le N, C_i\ge 2} C_i$），那么叶子（即 1 度点）的个数不能比 S 更大，否则至少会有一个叶子被染成一个只能出现一次的颜色，那么这个叶子相连的那条边断掉就会导致不合法。

实际上，这也是充分的。假设叶子的总数为 L，那么 $S \ge L$，且我们总可以找到一个点 u，使得以 u 为根时，它的每个儿子的子树内的叶子个数都不超过 $\frac{L}{2}$（这只需要让所有叶子结点的权重为 1，然后求带权重心即可）。

F. Avoid Division

接下来我们这样填：把叶子节点按照 DFS 序排序，那么每个子树内的叶子节点都是一段区间，且区间长度不超过 $\frac{L}{2}$。我们如果可以找到某 k 种颜色，使得它们每个都可以用至少 2 次，且 $k \le \frac{L}{2}$，且它们的出现次数之和 $\ge L$，那么我们就可以在所有的 $i, i+\frac{L}{2}$ 位置放上颜色 i，剩下的随便放，这样长度不超过 $\frac{L}{2}$ 的区间内部和外部至少会有一个相同的颜色，这条边就合法了。

可以发现大多数情况都可以做到，唯一的 corner case 是 $L = 2p + 1$，我们有 $p + 1$ 个出现次数为 2 的颜色。这种情况下会有唯一的叶子没有被染色，那么只有这一条边是不合法的，我们把这条边的两个端点染成第 $p + 1$ 种颜色即可。

G. Copy Query

G. Copy Query

有 N 个长度为 M 的序列：$A_1, A_2, ..., A_N$。初始时，所有序列的所有元素均为 0。此后，用 $A_{i,j}$ 表示序列 A_i 的第 j 个元素。

按给定顺序处理总共 Q 个查询，有以下三种类型：

- **类型 1**：将序列 A_{X_i} 覆盖为序列 A_{Y_i}。即，对于所有整数 j（$1 \le j \le M$），将 $A_{X_i,j}$ 修改为 $A_{Y_i,j}$。
- **类型 2**：将序列 A_{X_i} 的第 Y_i 个元素 A_{X_i,Y_i} 修改为 Z_i。
- **类型 3**：对于序列 A_{X_i}，输出从第 L_i 个到第 R_i 个元素的和，即 $A_{X_i,L_i} + A_{X_i,L_i+1} + ... + A_{X_i,R_i}$。

数据范围：

- $1 \le N, M \le 2 \times 10^5$
- $1 \le Q \le 2 \times 10^5$

G. Copy Query

考虑建 N 个动态开点线段树，初始都是空的。对于三种操作：

- 操作 1：直接把 X_i 的根节点的左右儿子指向 Y_i 的左右儿子。
- 操作 2：把 X_i 这棵树的一条链上的节点新建出来。
- 操作 3：正常区间求和即可

时间和空间复杂度都是 $O(M\log N)$ 的，因为每次操作最多新建 $O(\log N)$ 个节点。